Universidade Federal de Campina Grande (UFCG)
Centro de Ciências e Tecnologia – CCT
Unidade Acadêmica de Física

PLANO DE AULA

Discente: Joel Mendes de Oliveira Neto
Disciplina: Mecânica Estatística II
Assunto: Ferromagnetismo: O Modelo de Ising e a Teoria de Campo Molecular de Weiss
Carga Horária / Duração: 2 horas (120 minutos)
Metodologia Principal: Aula Expositiva/Dialogada no Quadro Branco
Referência Principal: REIF, F. *Fundamentals of Statistical and Thermal Physics*, Capítulo 10 (Seções 10.6 e 10.7).

1. Objetivos de Aprendizagem

Ao final desta aula, os discentes deverão ser capazes de:

1. Demonstrar a insuficiência da interação dipolar magnética clássica na explicação da transição ferromagnética em alta temperatura.
2. Compreender a origem mecânico-quântica da interação de troca (efeito combinado de Pauli e Coulomb) e formular o Hamiltoniano de Ising.
3. Aplicar a Aproximação de Campo Molecular de Pierre Weiss para substituir a interação de múltiplos corpos por um campo interno médio (H_m).
4. Obter analiticamente a equação transcendental de autoconsistência via Função de Brillouin e determinar a Temperatura de Curie (T_c).
5. Derivar a Lei de Curie-Weiss para a suscetibilidade paramagnética (χ) e analisar criticamente as limitações da teoria de campo médio no ponto crítico.

2. Recursos Didáticos Utilizados

- Quadro Branco e Pincéis (Marcadores) de cores variadas (preto, azul, vermelho).
- Apagador.
- *(Aula 100% expositiva e dedutiva, sem uso de recursos multimídia, slides ou listas de exercícios).*

3. Estrutura e Cronograma de Tempo (120 minutos)

Horário	**Bloco / Etapa**	**Atividades no Quadro Branco**
00:00 – 00:10	Introdução e Motivação	Apresentação da transição de fase ferromagnética e discussão da escala de energia de acoplamento necessário.
00:10 – 00:35	Bloco 1: O Paradoxo Dipolar e a Interação de Troca	Estimativa da interação dipolo-dipolo ($T_c \sim 1$ K), dedução da força de troca quântica e formulação do Modelo de Ising.
00:35 – 01:15	Bloco 2: Aproximação de Campo Molecular	Isolamento do spin central, substituição do somatório pelos valores médios do ensemble e definição do campo interno H_m.
01:15 – 01:45	Bloco 3: Autoconsistência, T_c e Curie-Weiss	Construção gráfica do ponto fixo, expansão linear para $\eta \ll 1$, determinação da Temperatura de Curie e da Lei de Curie-Weiss.
01:45 – 02:00	Bloco 4: Crítica ao Campo Médio e Fechamento	Análise das descontinuidades no calor específico (pico λ) e explicação do desprezo de flutuações correlacionadas.

4. Roteiro e Esquema de Lousa

4.1. Introdução e Motivação (10 min)

- **Fenomenologia do Ferromagnetismo:** Existência de magnetização espontânea ($\overline{M} \neq 0$) na ausência de campo externo ($H_0 = 0$) abaixo de uma temperatura crítica T_c.
- **Desafio Teórico em Mecânica Estatística:**
  - Sistemas paramagnéticos ideais não apresentam ordenamento coletivo.
  - O ferromagnetismo é um fenômeno cooperativo de múltiplos corpos que requer interações fortes entre os spins dos nós da rede.

4.2. Bloco 1: O Paradoxo Dipolar e a Interação de Troca (25 min)

- **Insuficiência da Interação Dipolar Magnética Clássica:**

$$E_{\text{dipolar}} \approx \frac{n\mu_0^2}{r^3} \approx 1{,}5 \times 10^{-18} \text{ ergs} \quad \Rightarrow \quad T \approx \frac{E_{\text{dipolar}}}{k} \approx 1 \text{ K} \tag{1}$$

  O Ferro (Fe) retém ferromagnetismo até $\sim$ 1000 K, provando que a origem do magnetismo não é a força magnética direta entre dipolos.

- **A Interação de Troca (Exchange Interaction):** Consequência eletrostática de Coulomb combinada com o Princípio de Exclusão de Pauli para fêrmions.

$$\mathcal{H}_{jk} = -2J\mathbf{S}_j \cdot \mathbf{S}_k \tag{2}$$

  Se $J > 0$, o estado fundamental favorece o alinhamento paralelo dos spins.

- **O Modelo de Ising (Simplificação escalar):**

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}' = -g\mu_0 H_0 \sum_{j=1}^{N} S_{jz} - \frac{1}{2}\left(2J \sum_{j=1}^{N}\sum_{k=1}^{n} S_{jz}S_{kz}\right) \tag{3}$$

  onde n representa o número de vizinhos mais próximos.

4.3. Bloco 2: A Aproximação de Campo Molecular de Weiss (40 min)

- **Hamiltoniano do Átomo Central j:**

$$\mathcal{H}_j = -g\mu_0 H_0 S_{jz} - 2JS_{jz}\sum_{k=1}^{n} S_{kz} \tag{4}$$

- **Aproximação Estatística de Campo Médio:** Substituir o somatório dos operadores de spin flutuantes pelo seu valor médio no ensemble:

$$2J\overline{\sum_{k=1}^{n} S_{kz}} \equiv g\mu_0 H_m \quad \Rightarrow \quad H_m = \frac{2Jn}{g\mu_0}\overline{S_z} \tag{5}$$

  onde H_m possui dimensão de campo magnético (gauss).

- **Hamiltoniano Efetivo de Spin Único:**

$$\mathcal{H}_j = -g\mu_0(H_0 + H_m)S_{jz} \tag{6}$$

- **Cálculo da Média via Estatística Canônica:**

$$\overline{S_{jz}} = SB_S(\eta), \quad \text{onde } \eta \equiv \beta g\mu_0(H_0 + H_m) \tag{7}$$

sendo $B_S(\eta)$ a Função de Brillouin para spin S.

4.4. Bloco 3: Autoconsistência, T_c e Lei de Curie-Weiss (30 min)

- **Condição de Autoconsistência de Weiss:** Como todos os sítios da rede são equivalentes em uma fase homogênea:

$$B_S(\eta) = \frac{kT}{2nJS}\left(\eta - \frac{g\mu_0 H_0}{kT}\right) \tag{8}$$

- **Solução para Campo Nulo ($H_0 = 0$) e Magnetização Espontânea:**

$$B_S(\eta) = \frac{kT}{2nJS}\eta \tag{9}$$

Desenho no quadro do ponto de interseção entre a curva de Brillouin e a reta de inclinação $\frac{kT}{2nJS}$.

- **Determinação Analítica da Temperatura de Curie (T_c):** Expandindo $B_S(\eta) \approx \frac{1}{3}(S+1)\eta$ para $\eta \ll 1$ na origem:

$$\frac{1}{3}(S+1) > \frac{kT}{2nJS} \quad \Rightarrow \quad kT_c \equiv \frac{2nJS(S+1)}{3} \tag{10}$$

- **Dedução da Lei de Curie-Weiss ($T > T_c$):**

$$\eta = \frac{g\mu_0 H_0}{k(T - T_c)} \quad \Rightarrow \quad \chi = \frac{\overline{M}}{H_0} = \frac{Ng^2\mu_0^2 S(S+1)}{3k(T - T_c)} \tag{11}$$

4.5. Bloco 4: Crítica e Falhas do Campo Médio (15 min)

- **Limitações Físicas do Modelo:**
  - Subestima a capacidade térmica perto do ponto crítico: prevê um salto descontínuo simples, enquanto o experimento revela um pico divergente do tipo λ.
  - Despreza flutuações e correlações locais no alinhamento de spins vizinhos.
- **Conclusão:** A Teoria de Campo Médio descreve qualitativamente a transição de fase, mas falha quantitativamente na vizinhança imediata de T_c, onde o comprimento de correlação diverge.

5. Avaliação do Aprendizado em Sala

A avaliação será realizada de forma **contínua e qualitativa** ao longo das 2 horas de aula por meio de:

1. **Arguição e Interação em Lousa:** Questionamentos direcionados à turma durante as deduções no quadro (ex: *"Qual o significado físico do sinal do parâmetro J?"* ou *"Por que a expansão da função de Brillouin para $\eta \ll 1$ nos permite encontrar a temperatura limite T_c?"*).

2. **Acompanhamento da Compreensão dos Passos Matemáticos:** Checagem contínua da assimilação da análise dimensional das constantes (J, μ_0, g) e da aplicação do peso de Boltzmann no cálculo dos valores médios.